

## СОДЕРЖАНИЕ

|         |   |     |
|---------|---|-----|
|         | Решение упражнений к учебнику<br>«АЛГЕБРА» Ш. А. Алимова и др.                      |     |
| Решения | .....   | 5   |
|         | Решение упражнений к учебнику<br>«АЛГЕБРА» А. Н. Колмогорова                        |     |
| Решения | .....   | 195 |
|         | Решение упражнений к учебнику<br>«АЛГЕБРА» А. Г. Мордковича и др.                   |     |
| Решения | .....   | 293 |
|         | Решение упражнений к учебнику<br>«ГЕОМЕТРИЯ» Л. С. Атанасяна и др.                  |     |
| Решения | .....   | 515 |
|         | Решение упражнений к учебнику<br>«ГЕОМЕТРИЯ» А. В. Погорелова                       |     |
| Решения | .....   | 609 |
|         | Решение упражнений к учебнику<br>«ХИМИЯ» О. С. Габриеляна                           |     |
| Решения | .....   | 641 |
|         | Решение упражнений к учебнику<br>«ХИМИЯ» Г. Е. Рудзитиса, Ф. Г. Фельдмана           |     |
| Решения | .....   | 665 |
|         | Решение упражнений к учебнику<br>«ХИМИЯ» Л. С. Гузей, Р. П. Суровцевой              |     |
| Решения | .....   | 689 |
|         | Решение упражнений к учебнику<br>«ФИЗИКА» В. А. Касьянова                           |     |
| Решения | .....   | 725 |
|         | Решение упражнений к учебнику<br>«ФИЗИКА» А. П. Рымкевича                           |     |
| Решения | .....   | 751 |
|         | Решение упражнений к учебнику<br>«РУССКИЙ ЯЗЫК» А. И. Власенкова, Л. М. Рыбченковой |     |
| Решения | .....   | 801 |
|         | Решение упражнений к пособию<br>«РУССКИЙ ЯЗЫК» В. Ф. Грекова и др.                  |     |
| Решения | .....   | 831 |
|         | Решение упражнений к учебнику<br>«АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК» В. П. Кузовлева и др.            |     |
| Решения | .....   | 893 |

В данной книге представлены подробные решения и выполненные упражнения всех домашних заданий и самостоятельных работ к самым распространенным школьным учебникам за 10 класс.

Издание предназначено в первую очередь для проверки учениками собственных решений, а также для прослеживания алгоритмов выполнения наиболее сложных заданий. Книга также будет полезна родителям, которые хотят помочь детям и проконтролировать выполнение домашних заданий. Даже учителю издание может принести ощутимую пользу, так как разнообразие подходов к решению задач, предложенных в книге, можно использовать для того, чтобы стимулировать учеников к поиску новых путей решения.

*Желаем успехов!*

---

---

# АЛГЕБРА

Решение упражнений к учебнику

Ш. А. Алимова и др.



## ГЛАВА I. ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

4. 1)  $(20,88:18+45:0,36):(19,59+11,59) = \left( \frac{2088}{100 \cdot 18} + \frac{45 \cdot 100}{36} \right) :$   
 $:\left( \frac{1959}{100} + \frac{1195}{100} \right) = \left( \frac{2088+4500 \cdot 50}{5 \cdot 2 \cdot 18} \right) : \left( \frac{3154}{100} \right) = \frac{227088}{10 \cdot 18} \cdot \frac{100}{3154} = 4;$   
 2)  $\frac{7}{36} \cdot 9 + 8 \cdot \frac{11}{32} + \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{18} = \frac{7}{4 \cdot 9} \cdot 9 + 8 \cdot \frac{11}{4 \cdot 8} + \frac{9 \cdot 5}{2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 9} = \frac{7}{4} + \frac{11}{4} + \frac{1}{4} = \frac{19}{4} = 4 \frac{3}{4}.$
5. 1)  $\left( 3 \frac{4}{25} + 0,24 \right) 2,15 + \left( 5,1625 - 2 \frac{3}{16} \right) \frac{2}{5} = \left( \frac{79 \cdot 4}{4 \cdot 25} + \frac{24}{100} \right) \cdot \frac{215}{100} + (5,1625 -$   
 $- 2,1875) \cdot \frac{2}{5} = \frac{316+24}{100} \cdot \frac{215}{100} + \frac{2975}{1000} \cdot \frac{2}{5} = \frac{34 \cdot 215}{10 \cdot 100} + \frac{595 \cdot 5 \cdot 2}{1000 \cdot 5} =$   
 $= \frac{7310+1190}{1000} = \frac{8500}{1000} = 8,5;$   
 2)  $0,364 : \frac{7}{25} + \frac{5}{16} : 0,125 + 2 \frac{1}{2} \cdot 0,8 = \frac{364}{1000} \cdot \frac{25}{7} + \frac{5}{16} : \frac{125}{1000} + \frac{5}{2} \cdot \frac{8}{10} = \frac{52 \cdot 1}{40 \cdot 1} +$   
 $+\frac{1 \cdot 125}{2 \cdot 25} + \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 2} = \frac{13}{10} + \frac{125}{50} + \frac{4}{2} = \frac{13}{10} + \frac{5}{2} + \frac{4}{2} = \frac{13+25+20}{10} = \frac{58}{10} = 5 \frac{8}{10} = 5,8.$
6. 1) 16,9 — рациональное число;  
 2) 7,25(4) — бесконечная периодическая десятичная дробь — рациональное число;  
 3) 1,21221222... (после каждой единицы стоит  $n$  двоек) — бесконечная непериодическая десятичная дробь — иррациональное число.  
 4) 99,1357911... (после запятой записаны подряд все нечетные числа) — бесконечная непериодическая десятичная дробь — иррациональное число.
7. С помощью микрокалькулятора находим  $\sqrt{31} = 5,5677643... \approx 5,57$ .  
 Значит пара чисел 5, 4 и 5, 5 образует десятичное приближение числа  $\sqrt{31}$  с недостатком, а пара чисел 5, 5 и 5, 6 — с избытком.
8. 1)  $x = 5 - \sqrt{7}$ ;  $\sqrt{7} \approx 2,6457513...$ , значит,  $\sqrt{7} < 5$ . Следовательно,  $5 - \sqrt{7} > 0$  значит, в данном случае является верным равенство  $|x| = x$ .  
 2)  $x = 4 - 3\sqrt{3}$ . Нужно выяснить какое из чисел больше, 4 или  $3\sqrt{3}$ , для этого возведем их в квадрат:  $4^2 = 16$ ;  $(3\sqrt{3})^2 = 27$ . Очевидно, что  $27 > 16$ , следовательно,  $3\sqrt{3} > 4$ , а, значит,  $4 - 3\sqrt{3} < 0$ , и верным в данном случае является равенство  $|x| = -x$ .

- 3)  $x = 5 - \sqrt{10}$ . Возведем в квадрат числа 5 и  $\sqrt{10}$ , поэтому  $5 - \sqrt{10} > 0$ , а значит, в данном случае верным является равенство  $|x| = x$ .
9. 1)  $(\sqrt{8} - 3)(3 + 2\sqrt{2}) = (\sqrt{4 \cdot 2} - 3)(2\sqrt{2} - 3)(2\sqrt{2} + 3) = (2\sqrt{2} - 3) \cdot (2\sqrt{2} + 3) = (2\sqrt{2})^2 - (3^2) = 8 - 9 = -1$  — рациональное число;
- 2)  $(\sqrt{27} - 2)(2 - 3\sqrt{3}) = -(2 - 3\sqrt{3})(2 - 3\sqrt{3}) = -(2 - 3\sqrt{3})^2 = -(4 + 27 - 12\sqrt{3}) = 12\sqrt{3} - 31$  — иррациональное число;
- 3)  $(\sqrt{50} + 4\sqrt{2})\sqrt{2} = (\sqrt{5^2 \cdot 2} + 4\sqrt{2})\sqrt{2} = (5\sqrt{2} + 4\sqrt{2})\sqrt{2} = 9\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 18$  — рациональное число;
- 4)  $(5\sqrt{3} + \sqrt{27}) : \sqrt{3} = (5\sqrt{3} + \sqrt{3^2 \cdot 3}) : \sqrt{3} = (5\sqrt{3} + 3\sqrt{3}) : \sqrt{3} = 8\sqrt{3} : \sqrt{3} = 8$  — рациональное число;
- 5)  $(\sqrt{3} - 1)^2 + (\sqrt{3} + 1)^2 = 3 + 1 - 2\sqrt{3} + 3 + 1 + 2\sqrt{3} = 8$  — рациональное число;
- 6)  $(\sqrt{5} - 1)^2 - (2\sqrt{5} + 1)^2 = 5 + 1 - 2\sqrt{5} - 20 - 1 - 4\sqrt{5} = -15 - 6\sqrt{5}$  — иррациональное число.
10. 1)  $\sqrt{63} \cdot \sqrt{28} = \sqrt{7 \cdot 3^2} \cdot \sqrt{2^2 \cdot 7} = 3 \cdot 2 \cdot 7 = 42$ ;
- 2)  $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2^2 \cdot 5} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 10$ ;
- 3)  $\sqrt{50} : \sqrt{8} = \sqrt{5^2 \cdot 2} : \sqrt{2^2 \cdot 2} = 5 : 2 = 2,5$ ;
- 4)  $\sqrt{12} : \sqrt{27} = \sqrt{3 \cdot 2^2} : \sqrt{3^2 \cdot 3} = 2 : 3 = \frac{2}{3}$ .
11. 1) Сравнить  $\sqrt{3,9} + \sqrt{8}$  и  $\sqrt{1,1} + \sqrt{17}$ .
- $$(\sqrt{3,9} + \sqrt{8})^2 = 3,9 + 8 + 2\sqrt{31,2} = 11,9 + 2\sqrt{31,2};$$
- $$(\sqrt{1,1} + \sqrt{17})^2 = 1,1 + 17 + 2\sqrt{18,7} = 28 + 2\sqrt{18,7}.$$
- Вычислим знак разности  $(28 + 2\sqrt{18,7}) - (11,9 + 2\sqrt{31,2})$ ;
- если он положительный, то  $\sqrt{1,1} + \sqrt{17} > \sqrt{3,9} + \sqrt{8}$ ;
- если он отрицательный, то  $\sqrt{1,1} + \sqrt{17} < \sqrt{3,9} + \sqrt{8}$ .
- Допустим, что он положительный, т.е.  $(28 + 2\sqrt{18,7}) > (11,9 + 2\sqrt{31,2})$ , проверим это:  $28 - 11,9 + 2\sqrt{18,7} > 2\sqrt{31,2}$ ;  $16,1 + 2\sqrt{18,7} > 2\sqrt{31,2}$ ;
- $$259,21 + 74,8 + 64,4\sqrt{18,7} > 124,8; \quad 209,21 + 64,4\sqrt{18,7} > 0$$
- верное неравенство, значит, наше предположение было верным и
- $\sqrt{1,1} + \sqrt{17} > \sqrt{3,9} + \sqrt{8}$
- .
- 2) Сравнить  $\sqrt{11} - \sqrt{2,1}$  и  $\sqrt{10} - \sqrt{3,1}$ .
- Допустим, что  $\sqrt{11} - \sqrt{2,1} > \sqrt{10} - \sqrt{3,1}$ ;
- $$11 + 2,1 - 2\sqrt{23,1} > 10 + 3,1 - 2\sqrt{31}; \quad -2\sqrt{23,1} > -2\sqrt{31};$$
- $$2\sqrt{23,1} < 2\sqrt{31}; \quad 23,1 < 31$$
- верное неравенство, значит, наше предположение было верным и
- $\sqrt{11} - \sqrt{2,1} > \sqrt{10} - \sqrt{3,1}$
- .

$$\begin{aligned}
 12. 1) \quad & \sqrt{(\sqrt{7-2\sqrt{10}+\sqrt{2}}) \cdot 2\sqrt{5}} = \sqrt{(2\sqrt{35-10\sqrt{10}+2\sqrt{10}})} = \\
 & = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{7+3}{2}} - \sqrt{\frac{7-3}{2}} + \sqrt{2}\right) \cdot 2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5})} = \sqrt{10}; \\
 2) \quad & \sqrt{(\sqrt{16-6\sqrt{7}+\sqrt{7}}) \cdot 3} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{16+2}{2}} - \frac{16-2}{2} + \sqrt{7}\right) \cdot 3} = \sqrt{3 \cdot 3} = 3; \\
 3) \quad & \sqrt{(\sqrt{8+2\sqrt{15}} - \sqrt{8-2\sqrt{15}}) \cdot 2+7} = \\
 & = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{8+\sqrt{64-60}}{2}} + \sqrt{\frac{8-\sqrt{64-60}}{2}} - \sqrt{\frac{8+\sqrt{64-60}}{2}} + \sqrt{\frac{8-\sqrt{64-60}}{2}}\right) \cdot 2+7} = \\
 & = \sqrt{2\sqrt{\frac{8-\sqrt{4}}{2}} \cdot 2+7} = \sqrt{2\sqrt{\frac{8-2}{2}} \cdot 2+7} = \sqrt{4\sqrt{3}+7} = \sqrt{\frac{7+1}{2}} + \sqrt{\frac{7-1}{2}} = 2+\sqrt{3}.
 \end{aligned}$$

13. 1)  $b_n = -5^{2n}$ , получим:  $b_1 = -5^2$ ;  $b_2 = -5^4$ ;  $b_3 = -5^6$ ;

Итак,  $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{5^4}{5^2} = 25 = \frac{b_3}{b_2} = \frac{5^6}{5^4} = 25$ , значит, данная последовательность является геометрической прогрессией.

2)  $b_n = 2^{3n}$  получим:  $b_1 = 2^3$ ;  $b_2 = 2^6$ ;  $b_3 = 2^9$ ;

Итак,  $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{2^6}{2^3} = 8 = \frac{b_3}{b_2} = \frac{2^9}{2^6}$ , значит, данная последовательность является геометрической прогрессией.

14. 1)  $b_4 = 88$ ;  $q = 2$ ;  $b_4 = b_1 \cdot q^3$ ;  $88 = b_1 \cdot 8$ ;  $b_1 = 11$ ;

$$S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q} = \frac{11(1-32)}{1-2} = 31 \cdot 11 = 341;$$

2)  $b_1 = 11$ ;  $b_4 = 88$ ;  $b_4 = b_1 \cdot q^3$ ;  $88 = 11 \cdot q^3$ ;  $q^3 = 8$ ;  $q = 2$ ;

$$S_5 = \frac{11(1-2^5)}{1-2} = 31 \cdot 11 = 341.$$

15. 1)  $1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \dots$  Итак,  $b_3 = \frac{1}{25}$ ;  $b_2 = \frac{1}{5}$ ;  $q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{1}{25} : \frac{1}{5}$ ;  $|q| < 1$ , значит, данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей;

2)  $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$  Итак,

\* Решения и ответы приводятся к учебникам указанных годов.

$$b_1 = \frac{1}{3}; \quad b_2 = \frac{1}{9}; \quad q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1}{3}.$$

$q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{1}{27} : \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$ ;  $|q| < 1$ , значит, данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей;

3)  $-27, -9, -3, \dots$  Итак,  $b_3 = -3$ ;  $b_2 = -9$ ;  $q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ;  $|q| < 1$ ; значит, данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей;

4)  $-64, -32, -16, \dots$  Итак,  $b_3 = -16$ ;  $b_2 = -32$ ;  $q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$ ;  $|q| < 1$ , значит, данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

16. 1)  $b_1 = 40$ ;  $b_2 = -20$ ;  $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-20}{40} = -\frac{1}{2}$ ; так как  $|q| < 1$ , то данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей;

2)  $b_7 = 12$ ;  $b_{11} = \frac{3}{4}$ ;  $b_{11} = b_1 \cdot q^{10}$ ;  $q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$ ;  $b_7 = b_1 \cdot q^6$ , значит,  $\frac{b_{11}}{b_7} = \frac{b_1 \cdot q^{10}}{b_1 \cdot q^6} = q^4 = \frac{3}{4} : 12 = \frac{1}{16}$ , откуда получаем, что  $|q| = \frac{1}{2} < 1$ , значит, данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей;

3)  $b_7 = -30$ ;  $b_6 = 15$ ;  $q = \frac{b_7}{b_6} = \frac{-30}{15} = -2$ ;  $|q| = 2 > 1$ , значит, данная геометрическая прогрессия не является бесконечно убывающей;

4)  $b_5 = 9$ ;  $b_{10} = -\frac{1}{27}$ ;  $b_5 = b_1 \cdot q^4$ ;  $b_{10} = b_1 \cdot q^9$ , значит,  $\frac{b_{10}}{b_5} = \frac{b_1 \cdot q^9}{b_1 \cdot q^4} = q^5 = -\frac{1}{27} : 9$ , откуда,  $q^5 = -\frac{1}{27}$ , то есть  $q = -\frac{1}{3}$ ;  $|q| = \frac{1}{3} < 1$ , значит, данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

17. 1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4^n}$ . Если  $n$  неограниченно возрастает, то  $\frac{1}{4^n}$  как угодно близко приближается к нулю, т.е.  $\frac{1}{4^n} \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$  или  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4^n} = 0$ ;

2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (0,2)^n$ . Если  $n$  неограниченно возрастает, то  $(0,2)^n$  как угодно близко приближается к нулю, т.е.  $(0,2)^n \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$  или  $\lim_{n \rightarrow \infty} (0,2)^n = 0$ ;

- 3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{7^n}\right)$ . Если  $n$  неограниченно возрастает, то  $\frac{1}{7^n}$  как угодно близко приближается к нулю, т.е.  $\frac{1}{7^n} \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$  или  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{7^n}\right) = 0$ . Поэтому,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{7^n}\right) = 1$ ;
- 4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{3}{5}\right)^n - 2\right)$ . Если  $n$  неограниченно возрастает, то  $\left(\frac{3}{5}\right)^n$  как угодно близко приближается к нулю, т.е.  $\left(\frac{3}{5}\right)^n \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$  или  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{5}\right)^n = 0$ . Поэтому,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{3}{5}\right)^n - 2\right) = -2$ .

18. 1)  $q = -\frac{1}{2}$ ;  $b_1 = \frac{1}{8}$ ;  $S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{8}}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$ ;

2)  $q = \frac{1}{3}$ ;  $b_3 = \frac{1}{81}$ ;  $b_3 = b_1 \cdot q^4$ ;  $\frac{1}{81} = b_1 \cdot \frac{1}{3^4}$ ;  $\frac{1}{81} = b_1 \cdot \frac{1}{81}$ , значит,

$$b_1 = 1; S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = 1,5;$$

3)  $q = -\frac{1}{3}$ ;  $b_1 = 9$ ;  $S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{9}{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{9}{\frac{4}{3}} = \frac{27}{4} = 6,75$ ;

4)  $q = -\frac{1}{2}$ ;  $b_4 = \frac{1}{8}$ ;  $b_4 = b_1 \cdot q^3$ ;  $\frac{1}{8} = b_1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3$ ;  $\frac{1}{8} = -\frac{1}{8} b_1$ , откуда получаем  $b_1 = -1$ , значит,

$$S = \frac{-1}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-1}{\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3}.$$

19. 1)  $6, 1, \frac{1}{6}, \dots$   $b_1 = 6$ ;  $b_2 = 1$ ;  $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1}{6}$ ;  $S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{6}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{6}{\frac{5}{6}} = \frac{36}{5} = 7,2$ ;

2)  $-25, -5, -1 \dots$   $b_1 = -25$ ;  $b_2 = -5$ ;  $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1}{5}$ ;

$$S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{-25}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{-25}{\frac{4}{5}} = \frac{-125}{4} = -31,25.$$

20. 1) 0,(5). Составим следующую последовательность приближенных значений данной бесконечной дроби:

$$a_1 = 0,5 = \frac{5}{10}; a_2 = 0,55 = \frac{5}{10} + \frac{5}{10^2}, \dots a_3 = 0,555 = \frac{5}{10} + \frac{5}{10^2} + \frac{5}{10^3}, \dots$$



Запись приближений показывает, что данную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

$$a_2 = \frac{5}{10} + \frac{5}{10^2} + \frac{5}{10^3} + \dots \text{ Получаем } a = S = \frac{\frac{5}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{5}{9};$$

2) 0,(8). Составим следующую последовательность:

$$a_1 = 0,8 = \frac{8}{10}; \quad a_2 = 0,88 = \frac{8}{10} + \frac{8}{10^2}, \dots$$

Запись приближений показывает, что данную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

$$a_2 = \frac{8}{10} + \frac{8}{10^2} + \frac{8}{10^3} + \dots \text{ Получаем } a = S = \frac{\frac{8}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{8}{9};$$

3) 0,(32). Составим следующую последовательность:

$$a_1 = 0,32 = \frac{32}{100}; \quad a_2 = 0,3232 = \frac{32}{100} + \frac{32}{10^4}, \dots$$

Запись приближений показывает, что данную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

$$a_2 = \frac{32}{100} + \frac{32}{10^4} + \frac{32}{10^8} + \dots \text{ Получаем } a = S = \frac{\frac{32}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{32}{99};$$

4) 0,2(5). Составим следующую последовательность:

$$a_1 = 0,05 = \frac{5}{100}; \quad a_2 = 0,055 = \frac{5}{100} + \frac{5}{1000}, \dots$$

Запись приближений показывает, что данную периодическую дробь можно представить в виде суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии и числа 0,2:

$$\text{Получаем } a = 0,2 + S = \frac{1}{5} + \frac{\frac{5}{100}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{1}{5} + \frac{5}{90} = \frac{18+5}{90} = \frac{23}{90}.$$

21. 1)  $b_n = 3 \cdot (-2)^n$ ;  $b_1 = -6$ ;  $b_2 = 12$ ;  $b_3 = -24$ ;

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{12}{-6} = -2 = \frac{b_3}{b_2} = \frac{-24}{12}$ ; так как  $|q| = 2 > 1$ , то данная последовательность не является бесконечно убывающей геометрической прогрессией;

2)  $b_n = -5 \cdot 4^n$ ;  $b_1 = -20$ ;  $b_2 = -80$ ;  $b_3 = -320$ ;

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{80}{20} = 4 = \frac{b_3}{b_2} = \frac{-320}{-80}$ ; так как  $|q| = 4 > 1$ , то данная последовательность не является бесконечно убывающей геометрической прогрессией;

3)  $b_n = 8 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ ;  $b_1 = 8$ ;  $b_2 = -\frac{8}{3}$ ;  $b_3 = \frac{8}{9}$ ;

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-\frac{8}{3}}{8} = -\frac{1}{3} = \frac{b_3}{b_2} = \frac{\frac{8}{9}}{-\frac{8}{3}}$ ; так как  $|q| = \frac{1}{3} < 1$ , значит, данная последовательность является бесконечно убывающей геометрической прогрессией;

4)  $b_n = 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ;  $b_1 = 3$ ;  $b_2 = -\frac{3}{2}$ ;  $b_3 = \frac{3}{4}$ ;

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-\frac{3}{2}}{3} = -\frac{1}{2} = \frac{b_3}{b_2} = \frac{\frac{3}{4}}{-\frac{3}{2}}$ ; так как  $|q| = \frac{1}{2} < 1$ , значит, данная последовательность является бесконечно убывающей геометрической прогрессией;

22. 1)  $q = \frac{1}{2}$ ;  $b_3 = \frac{\sqrt{2}}{16}$ ;  $b_5 = b_1 \cdot q^4$ ;  $\frac{\sqrt{2}}{16} = b_1 \cdot \frac{1}{16}$ ;

откуда получаем  $b_1 = \sqrt{2}$ ;  $S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{\sqrt{2}}{1-\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$ ;

2)  $q = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $b_4 = \frac{9}{8}$ ;  $b_4 = b_1 \cdot q^3$ ;  $\frac{9}{8} = b_1 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8}$ ;

откуда получаем  $b_1 = \sqrt{3}$ ;  $S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{\sqrt{3}}{1-\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}(2+\sqrt{3})$ .

23. 1)  $S = 30$ ;  $q = \frac{1}{5}$ . Итак,  $S = \frac{b_1}{1-q}$ , значит,  $b_1 = S \cdot (1-q) = 30 \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 24$ ;

2)  $S = 30$ ;  $b_1 = 20$ . Итак,  $S = \frac{b_1}{1-q}$ , значит,  $1-q = \frac{b_1}{S}$ ,

а  $q = 1 - \frac{b_1}{S} = 1 - \frac{20}{30} = \frac{1}{3}$ .

$$24. 1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3-2^n}{2^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3}{2^n} - 1 \right).$$

Если  $n$  неограниченно возрастает, то  $\frac{3}{2^n}$  как угодно близко приближается к нулю, т.е.  $\frac{3}{2^n} \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$  или  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{2^n} = 0$ .

$$\text{Поэтому, } \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3}{2^n} - 1 \right) = -1.$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} + 2}{3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9 \cdot 3^n + 2}{3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 9 + \frac{2}{3^n} \right).$$

Если  $n$  неограниченно возрастает, то  $\frac{2}{3^n}$  как угодно близко приближается к нулю, т.е.  $\frac{2}{3^n} \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$  или  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{3^n} = 0$ .

$$\text{Поэтому, } \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 9 + \frac{2}{3^n} \right) = 9.$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5^n + 1)^2}{5^{2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{2n} + 1 + 2 \cdot 5^n}{5^{2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{5^{2n}} + \frac{2}{5^n} \right).$$

Если  $n$  неограниченно возрастает, то  $\frac{1}{5^{2n}}$  и  $\frac{2}{5^n}$  как угодно близко приближаются к нулю, т.е.  $\frac{1}{5^{2n}} \rightarrow 0$  и  $\frac{2}{5^n} \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$  или  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5^{2n}} = 0$  и  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{5^n} = 0$ .

$$\text{Поэтому, } \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{5^{2n}} + \frac{2}{5^n} \right) = 1.$$

25. Стороны поставленных друг на друга кубов составляют бесконечную убывающую геометрическую прогрессию.

$a, \frac{a}{2}, \frac{a}{4}, \frac{a}{8}, \dots$  значит, высота получившейся фигуры равна сумме

бесконечно убывающей геометрической прогрессии с  $q = \frac{a}{2} = \frac{1}{2}$ ;

$$S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{a}{1-\frac{1}{2}} = 2a.$$

26. Расстояния от точки касания первой окружности со второй есть сумма бесконечно убывающей прогрессии диаметров окружностей с радиусами  $R_2, R_3, \dots, R_n, \dots$ , то есть  $2(R_2 + R_3 + \dots + R_n + \dots)$ , значит, расстояние от центра первой окружности до вершины угла равно  $R_1 + 2(R_2 + R_3 + \dots + R_n + \dots)$ .

Расстояние от вершины угла до центра второй окружности равно  $2R_1 - R_2 - R_1 = R_1 - R_2$ .

Из подобия треугольников следует  $\frac{R_1}{R_2} = \frac{2R_1}{R_1 - R_2}$ , откуда  $R_1^2 - R_1R_2 = 2R_1R_2$ ,  $R_2 = \frac{R_1}{3}$ , аналогично,  $R_3 = \frac{R_2}{3} = \frac{R_1}{9}$ , таким образом,  $R_n = \frac{R_1}{3^{n-1}}$ .

27. 1)  $\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1$ ;  $\sqrt{0} = \sqrt{0^2} = 0$ ;  $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$ ;

$$\sqrt{0,81} = \sqrt{(0,9)^2} = 0,9; \quad \sqrt{\frac{1}{289}} = \sqrt{\frac{1}{(17)^2}} = \frac{1}{17};$$

2)  $\sqrt[3]{1} = \sqrt[3]{1^3} = 1$ ;  $\sqrt[3]{0} = \sqrt[3]{0^3} = 0$ ;  $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$ ;

$$\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \sqrt[3]{\frac{1}{3^3}} = \frac{1}{3}; \quad \sqrt[3]{0,027} = \sqrt[3]{(0,3)^3} = 0,3; \quad \sqrt[3]{0,064} = \sqrt[3]{(0,4)^3} = 0,4;$$

3)  $\sqrt[4]{0} = \sqrt[4]{0^4} = 0$ ;  $\sqrt[4]{1} = \sqrt[4]{1^4} = 1$ ;  $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$ ;

$$\sqrt[4]{\frac{18}{81}} = \sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}\right)^4} = \frac{2}{3}; \quad \sqrt[4]{\frac{256}{625}} = \sqrt[4]{\left(\frac{4}{5}\right)^4} = \frac{4}{5}; \quad \sqrt[4]{0,0016} = \sqrt[4]{(0,2)^4} = 0,2.$$

28. 1)  $\sqrt[6]{36^3} = \sqrt[6]{(6^2)^3} = \sqrt[6]{6^6} = 6$ ;

2)  $\sqrt[12]{64^2} = \sqrt[12]{(2^6)^2} = \sqrt[12]{2^{12}} = 2$ ;

3)  $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{25}\right)^2} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{5^2}\right)^2} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{5}\right)^4} = \frac{1}{5}$ ;

4)  $\sqrt[8]{225^4} = \sqrt[8]{(15^2)^4} = \sqrt[8]{15^8} = 15$ .

29. 1)  $\sqrt[3]{10^6} = \sqrt[3]{(10^2)^3} = 10^2 = 100$ ;

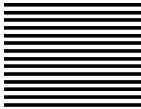
2)  $\sqrt[3]{3^{12}} = \sqrt[3]{(3^4)^3} = 3^4 = 81$ ;

3)  $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^{12}} = \sqrt[4]{\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^4} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ ;

4)  $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^{16}} = \sqrt[4]{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^4\right)^4} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$ .

30. 1)  $\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$ ;

2)  $\sqrt[15]{-1} = \sqrt[15]{(-1)^{15}} = -1$ ;



$$3) \sqrt[3]{-\frac{1}{27}} = \sqrt[3]{\left(-\frac{1}{3}\right)^3} = -\frac{1}{3};$$

$$4) \sqrt[5]{-1024} = \sqrt[5]{(-4)^5} = -4;$$

$$5) \sqrt[3]{-34^3} = -\sqrt[3]{34^3} = -34;$$

$$6) \sqrt[7]{-8^7} = -\sqrt[7]{8^7} = -8.$$

$$31. 1) x^4 = 256; x = \pm\sqrt[4]{256}; x = \pm\sqrt[4]{4^4}; x = 4 \text{ или } x = -4;$$

$$2) x^5 = -\frac{1}{32}; x = \sqrt[5]{-\frac{1}{32}}; x = -\sqrt[5]{\left(\frac{1}{2}\right)^5}; x = -\frac{1}{2};$$

$$3) 5x^5 = -160; x = \sqrt[5]{-32} = -\sqrt[5]{2^5} = -2;$$

$$4) 2x^6 = 128; x^6 = 64; |x| = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2, \text{ отсюда } x = 2 \text{ или } x = -2.$$

$$32. 1) \sqrt[3]{-125} + \frac{1}{8}\sqrt[6]{64} = -\sqrt[3]{5^3} + \frac{1}{8}\sqrt[6]{2^6} = -5 + \frac{1}{4} = -4,75;$$

$$2) \sqrt[5]{32} - 0,5\sqrt[3]{-216} = \sqrt[5]{2^5} + 0,5\sqrt[3]{6^3} = 2 + 3 = 5;$$

$$3) -\frac{1}{3}\sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{625} = -\frac{1}{3}\sqrt[4]{3^4} + \sqrt[4]{5^4} = -1 + 5 = 4;$$

$$4) \sqrt[3]{-1000} - \frac{1}{4}\sqrt[4]{256} = -\sqrt[3]{10^3} - \frac{1}{4}\sqrt[4]{4^4} = -10 - 1 = -11;$$

$$5) \sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{-0,001} - \sqrt[4]{0,0016} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{3}\right)^5} + \sqrt[3]{(-0,1)^3} - \sqrt[4]{(0,2)^4} = \\ = \frac{1}{3} - 0,1 - 0,2 = \frac{1}{3} - \frac{3}{10} = \frac{10-9}{30} = \frac{1}{30}.$$

$$33. 1) \sqrt[3]{343 \cdot 0,125} = \sqrt[3]{(7)^3 \cdot (0,5)^3} = \sqrt[3]{(7 \cdot 0,5)^3} = 7 \cdot 0,5 = 3,5;$$

$$2) \sqrt[3]{512 \cdot 216} = \sqrt[3]{8^3 \cdot 6^3} = \sqrt[3]{(8 \cdot 6)^3} = 8 \cdot 6 = 48;$$

$$3) \sqrt[5]{32 \cdot 100000} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 10^5} = \sqrt[5]{(2 \cdot 10)^5} = 2 \cdot 10 = 20.$$

$$34. 1) \sqrt[3]{5^3 \cdot 7^3} = \sqrt[3]{(5 \cdot 7)^3} = 5 \cdot 7 = 35;$$

$$2) \sqrt[4]{11^4 \cdot 3^4} = \sqrt[4]{(11 \cdot 3)^4} = 11 \cdot 3 = 33;$$

$$3) \sqrt[5]{(0,2)^5 \cdot 8^5} = \sqrt[5]{(0,2 \cdot 8)^5} = 0,2 \cdot 8 = 1,6;$$

$$4) \sqrt[7]{\left(\frac{1}{3}\right)^7 \cdot 21^7} = \sqrt[7]{\left(\frac{1}{3} \cdot 21\right)^7} = \frac{1}{3} \cdot 21 = 7.$$

35. 1)  $\sqrt[3]{2 \cdot \sqrt[3]{500}} = \sqrt[3]{2 \cdot 500} = \sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 10;$   
 2)  $\sqrt[3]{0,2 \cdot \sqrt[3]{0,04}} = \sqrt[3]{0,2 \cdot 0,04} = \sqrt[3]{0,008} = \sqrt[3]{(0,2)^3} = 0,2;$   
 3)  $\sqrt[4]{324} \cdot \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{324 \cdot 4} = \sqrt[4]{81 \cdot 2^4} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 2^4} = 3 \cdot 2 = 6;$   
 4)  $\sqrt[5]{2 \cdot \sqrt[5]{16}} = \sqrt[5]{2 \cdot 16} = \sqrt[5]{32} = 2.$

36. 1)  $\sqrt[5]{3^{10} \cdot 2^{15}} = 3^2 \cdot 2^3 = 9 \cdot 8 = 72;$   
 2)  $\sqrt[3]{2^3 \cdot 5^6} = \sqrt[3]{(2 \cdot 5^2)^3} = 2 \cdot 5^2 = 2 \cdot 25 = 50;$   
 3)  $\sqrt[4]{3^{12} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8} = \sqrt[4]{\left(3^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^4} = 3^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 27 \cdot \frac{1}{9} = 3;$   
 4)  $\sqrt[10]{4^{30} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{20}} = \sqrt[10]{\left(4^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^{10}} = 4^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 64 \cdot \frac{1}{4} = 16.$

37. 1)  $\sqrt[3]{64x^3z^6} = \sqrt[3]{4^3 x^3 z^6} = \sqrt[3]{(4xz^2)^3} = 4xz^2;$   
 2)  $\sqrt[4]{a^8 b^{12}} = \sqrt[4]{(a^2 b^3)^4} = a^2 b^3;$   
 3)  $\sqrt[5]{32x^{10}y^{20}} = \sqrt[5]{2^5 x^{2 \cdot 5} y^{4 \cdot 5}} = \sqrt[5]{(2x^2y^4)^5} = 2x^2y^4;$   
 4)  $\sqrt[6]{a^{12}b^{18}} = \sqrt[6]{a^{2 \cdot 6} b^{3 \cdot 6}} = \sqrt[6]{(a^2 b^3)^6} = a^2 b^3.$

38. 1)  $\sqrt[3]{2ab^2} \cdot \sqrt[3]{4a^2b} = \sqrt[3]{2 \cdot 4a^3b^3} = \sqrt[3]{(2ab)^3} = 2ab;$   
 2)  $\sqrt[4]{3a^2b^3} \cdot \sqrt[4]{27a^2b} = \sqrt[4]{3^4 a^4 b^4} = \sqrt[4]{(3ab)^4} = 3ab;$   
 3)  $\sqrt[4]{\frac{ab}{c}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a^3c}{b}} = \sqrt[4]{\frac{ab \cdot a^3c}{c \cdot b}} = \sqrt[4]{a^4} = a;$   
 4)  $\sqrt[3]{\frac{16a}{b^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2ab}} = \sqrt[3]{\frac{16a}{b^2} \cdot \frac{1}{2ab}} = \sqrt[3]{\frac{8}{b^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{b}\right)^3} = \frac{2}{b}.$

39. 1)  $\sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \sqrt[3]{\frac{4^3}{5^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{4}{5}\right)^3} = \frac{4}{5};$   
 2)  $\sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}\right)^4} = \frac{2}{3};$

$$3) \sqrt[3]{3 \frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^3} = \frac{3}{2};$$

$$4) \sqrt[5]{7 \frac{19}{32}} = \sqrt[5]{\frac{32 \cdot 7 + 19}{32}} = \sqrt[5]{\frac{224 + 19}{32}} = \sqrt[5]{\frac{243}{32}} = \sqrt[5]{\left(\frac{3}{2}\right)^5} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

$$40. 1) \sqrt[4]{324} : \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{324 : 4} = \sqrt[4]{3^4} = 3;$$

$$2) \sqrt[3]{128} : \sqrt[3]{2000} = \sqrt[3]{128 : 2000} = \sqrt[3]{0,064} = \sqrt[3]{(0,4)^3} = 0,4;$$

$$3) \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2^4}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = 2;$$

$$4) \frac{\sqrt[5]{256}}{\sqrt[5]{8}} = \sqrt[5]{\frac{256}{8}} = \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2;$$

$$5) (\sqrt{25} - \sqrt{45}) : \sqrt{5} = \sqrt{5} - \sqrt{9} = \sqrt{5} - 3;$$

$$6) (\sqrt[3]{625} - \sqrt[3]{5}) : \sqrt[3]{5} = \frac{\sqrt[3]{5}(\sqrt[3]{125} - 1)}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{125} - 1 = 5 - 1 = 4.$$

$$41. 1) \sqrt[5]{a^6 b^7} : \sqrt[5]{ab^2} = \sqrt[5]{(a^6 b^7) : (ab^2)} = \sqrt[5]{a^5 b^5} = ab;$$

$$2) \sqrt[3]{81x^4 y} : \sqrt[3]{3xy} = \sqrt[3]{(81x^4 y) : (3xy)} = \sqrt[3]{27 \cdot x^3} = 3x;$$

$$3) \sqrt[3]{\frac{3x}{y^2}} : \sqrt[3]{\frac{y}{9x^2}} = \sqrt[3]{\frac{3x}{y^2} : \frac{y}{9x^2}} = \sqrt[3]{\frac{27x^3}{y^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{3x}{y}\right)^3} = \frac{3x}{y};$$

$$4) \sqrt[4]{\frac{2b}{a^3}} : \sqrt[4]{\frac{a}{8b^3}} = \sqrt[4]{\frac{2b}{a^3} : \frac{a}{8b^3}} = \sqrt[4]{\frac{16b^4}{a^4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{2b}{a}\right)^4} = \frac{2b}{a}.$$

$$42. 1) (\sqrt[6]{7^3})^2 = \sqrt[6]{7^{3 \cdot 2}} = \sqrt[6]{7^6} = 7;$$

$$2) (\sqrt[6]{9})^{-3} = \sqrt[6]{9^{-3}} = \sqrt[6]{\frac{1}{9^3}} = \sqrt[6]{\frac{1}{3^6}} = \frac{1}{3};$$

$$3) (\sqrt[10]{32})^2 = \sqrt[10]{32^2} = \sqrt[10]{(2^5)^2} = \sqrt[10]{2^{10}} = 2;$$

$$4) (\sqrt[8]{16})^{-4} = \sqrt[8]{16^{-4}} = \sqrt[8]{\frac{1}{16^4}} = \sqrt[8]{\frac{1}{4^{24}}} = \sqrt[8]{\frac{1}{4^8}} = \frac{1}{4}.$$

$$43. 1) \sqrt[3]{\sqrt[3]{729}} = \sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{3^6} = 3;$$

$$2) \sqrt[5]{\sqrt[10]{1024}} = \sqrt[10]{1024} = \sqrt[10]{2^{10}} = 2;$$